

DOI: 10.16285/j.rsm.2019.1703

抗转动对颗粒材料组构特性的影响研究

邹宇雄^{1,2}, 马 刚^{1,2}, 李易奥^{1,2}, 陈 远^{1,2}, 周 伟^{1,2}, 邱焕峰³

(1. 武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072; 2. 武汉大学 水工岩石力学教育部重点实验室, 湖北 武汉 430072;
3. 中国电建集团贵阳勘测设计研究院有限公司, 贵州 贵阳 550081)

摘 要: 颗粒材料大多由不规则形状的颗粒组成, 如砂土、谷物等, 抵抗转动是不规则形状颗粒的固有特性。已有研究表明, 颗粒抗转动特性对其宏观力学特性有显著影响。因此, 在颗粒材料的细观数值模拟中或采用非圆颗粒, 或在圆颗粒离散元模拟中采用考虑抗转动的接触模型。采用有限元-离散元耦合方法 (FDEM) 和离散元方法 (DEM) 分别对椭球形状颗粒和具有抗转动能力的圆球颗粒进行三轴剪切数值模拟, 指出了采用抗转动接触模型考虑颗粒形状影响的局限性, 并基于颗粒的局部排布结构揭示了形状影响的细观来源。峰值内摩擦角和剪胀均随着转动摩擦系数和形状偏离圆球程度而单调增加, 但颗粒形状对它们的影响呈现出明显的收敛趋势。细观组构分析也表明, 虽然颗粒形状和转动摩擦都能显著增强组构各向异性, 但是组构各向异性的演化模式有明显的区别。造成以上结果的差异在于其抵抗转动的影响机制不同。转动摩擦是通过限制颗粒转动, 增强了颗粒间的稳定承载能力, 而非圆颗粒是通过咬合作用形成稳定的局部排列结构。由于椭球颗粒腹部比端部能够传递更大的接触力, 颗粒受剪切后发生转动, 颗粒长轴倾向于正交大主应力方向, 呈现交错排列, 颗粒间相互锁定。

关 键 词: 抗转动特性; 颗粒形状; 细观组构; 各向异性; 排布结构

中图分类号: TV 641

文献标识码: A

文章编号: 1000—7598 (2020) 08—2829—10

Impact of rotation resistance on fabric of granular materials

ZOU Yu-xiong^{1,2}, MA Gang^{1,2}, LI Yi-Ao^{1,2}, CHEN Yuan^{1,2}, ZHOU Wei^{1,2}, QIU Huan-feng³

(1. State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China;
2. Key Laboratory of Rock Mechanics in Hydraulic Structural Engineering of the Ministry of Education, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China;
3. Power China Guiyang Engineering Corporation Limited, Guiyang, Guizhou 550081, China)

Abstract: Granular materials are mostly composed of irregularly shaped particles, such as sand, grain and so on. Resistance to the rotation is an inherent characteristic of irregularly shaped particles. Previous studies have shown that the anti-rotation characteristics of particles have a significant effect on their macro-mechanical responses. Therefore, the non-spherical particles or the spherical particles with a contact model considering rolling resistance are widely employed in the mesoscopic numerical simulations of granular materials. In this paper, the combined finite and discrete element method (FDEM) and discrete element method (DEM) are used to simulate the triaxial tests of ellipsoidal particles and spherical particles with rolling resistance, respectively. The limitations of the rolling resistance model capturing particle shape effects are pointed out, and the meso sources of shape influence are revealed from the perspective of particle configuration structure. Peak deviatoric stress and dilatancy both change monotonically with rolling friction coefficient and the degree of deviation from a spherical shape, but the influence of particle shape on them shows obvious convergence. The mesoscopic fabric analysis also shows that although both particle shape and rolling resistance can significantly enhance the fabric anisotropy, but there are significant differences in the fabric anisotropy evolution mode between the two particle systems. The difference of the above results lies in the different influence mechanism of rotation resistance. Rolling friction enhances the stable bearing capacity of particles by limiting the rotation of particles, while non-spherical particles form a stable local arrangement structure through interlocking. Since the middle of ellipsoid particles can transfer greater contact force than the end, the particles rotate during shearing, and the long axis of the particles tends to be orthogonal to the direction of the largest principal stress,

收稿日期: 2019-10-02

修回日期: 2020-01-08

基金项目: 国家自然科学基金(No. 51825905, No. U1865204, No. 51779194); 贵州省科技计划项目(黔科合基础[2016]1154); 华能集团科技项目(HNKJ18-H26)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (51825905, U1865204, 51779194), the Guizhou Science and Technology Project([2016]1154) and the Science and Technology Project of China Huaneng Group (HNKJ18-H26).

第一作者简介: 邹宇雄, 男, 1995年生, 硕士研究生, 主要从事高坝结构数值仿真研究。E-mail: yx_zou@whu.edu.cn

通讯作者: 马刚, 男, 1985年生, 博士, 副教授, 主要从事高坝结构数值仿真研究。E-mail: magang630@whu.edu.cn

presenting a staggered arrangement, which means that particles lock together.

Keywords: rolling resistance; particle shape; mesoscopic fabric; anisotropy; configuration structure

1 引言

颗粒物质广泛存在于自然界和工业中,如砂石、土壤、煤炭等。由于颗粒材料的离散特性和多尺度结构,使其呈现出复杂的物理力学特性。基于宏观行为的连续本构模型不能完全反映颗粒材料的力学特性,因此,从细观尺度调查颗粒材料的力学特性具有重要意义。已有研究表明,颗粒材料的宏观行为强烈依赖于颗粒体系内部组构^[1-2]。

目前,受试验设备、测试手段的限制,通过室内试验调查颗粒体系内部组构特性的研究较少。在数值模拟方面,离散元方法(DEM)中通常将颗粒材料简化为二维圆盘或三维圆球的集合体,但圆盘或圆球与颗粒的真实形状相差较大,且在受力时产生的运动为滑动和滚动模式,无法体现真实颗粒间的咬合作用和阻碍颗粒转动的能力。为此,众多学者进行了非圆颗粒的离散元数值模拟,包括椭球^[3-4]、多面体^[5]、卵形^[6]、蛋形^[7]、超二次曲面颗粒^[8]等。除此之外,众多学者还通过将多个球形颗粒黏结在一起模拟复杂的颗粒形状^[9-10]。有限元-离散元耦合方法将每个颗粒离散为有限元网格,因此,可以考虑任意颗粒形状,在模拟复杂颗粒形状方面具有无法比拟的优势。Ma 和 Zhou 等基于有限元-离散元耦合方法(FDEM)进行了复杂形状颗粒材料的细观数值模拟,包括二维凸多边形^[11]、三维凸多面体^[12-13]、真实颗粒形状^[14-15]等。

非圆颗粒集合体的细观数值模拟需要进行大量与接触有关的计算,因此计算效率较低。为此,许多学者在球形颗粒的离散元模拟中采用考虑颗粒抵抗转动的接触模型。最常用的是 Iwashita 等^[16-17]提出的颗粒抗转动接触模型,即在相互接触的颗粒上施加一个对称转动力矩来抵抗颗粒间的转动,以考虑颗粒形状的影响。在此基础上,Jiang 等^[18]重新定义了纯滑动和纯滚动,将抗转动模型中的参数由 4 个降低至 1 个。Ai 等^[19]比较多个抗转动模型,并提出一种更加通用的抗转动接触模型。刘一鸣^[20]、刘嘉英^[21]、Zhou^[22]等研究了抗转动特性对颗粒材料的宏观力学特性的影响。然而,上述研究中抗转动接触模型的参数都是人为假设的,其取值并无太多依据。抗转动接触模型参数的取值以及其是否能够真实反映颗粒形状的影响,鲜有人关注。

为了探究颗粒形状和抗转动接触模型对颗粒集合体力学特性的影响是否相同,本文基于 FDEM 和

DEM 分别对椭球形状颗粒和具有转动摩擦的圆球颗粒进行三轴剪切数值模拟。研究了颗粒形状和转动摩擦对颗粒体系的宏观力学响应,并基于组构各向异性比较了两种体系宏观力学响应差异的细观来源,从颗粒排布结构的视角揭示了非圆颗粒抗转动的影响机制。

2 细观数值模拟方法

2.1 FDEM 基本理论

为了扩展传统离散单元法和有限单元法的应用范围,Munjiza 等^[23-24]最早提出了 FDEM。在 FDEM 中,每个颗粒被离散为独立的有限元网格,颗粒的应力和变形计算采用有限单元法,颗粒之间的接触检索算法与接触模型采用离散单元法。

在颗粒材料的细观数值模拟中,FDEM 最吸引人的优点是可以方便地引入各种颗粒形状。有限元网格不仅定义了颗粒的形状和边界,而且还可以定义颗粒之间的接触。采用罚函数法计算接触力,解决了离散元中角-角接触时接触力方向不确定的问题。严成增等^[25-27]的研究表明,FDEM 能够处理复杂形状颗粒之间的相互作用,且具有较好的鲁棒性。

在 FDEM 接触模型中,假定接触力偶相互侵入,根据重叠量在节点间产生分布式接触力。用库仑摩擦定律计算接触力偶间的摩擦力,其分布与法向接触力类似。本文采用线性接触计算颗粒间的接触力,两个接触颗粒的法向 v_n 和切向 v_t 相对速度通过阻尼力定律决定阻尼力。接触力由下列公式计算:

$$F_n = k_n \delta_n - 2\beta_n \sqrt{mk_n v_n} \quad (1)$$

$$F_t = \min \left\{ \left[\sum k_t \dot{\Delta} t - 2\beta_t \sqrt{mk_t v_t} \right], \mu F_n \right\} \quad (2)$$

$$\beta_n = -\ln \zeta_n / \sqrt{\pi^2 + \ln^2 \zeta_n} \quad (3)$$

$$\beta_t = -\ln \zeta_n / \sqrt{\pi^2 + \ln^2 \zeta_n} \quad (4)$$

式中: $k_n = p_n A_{\text{node}}$ 和 $k_t = p_t A_{\text{node}}$ 分别为节点法向与切向接触刚度; p_n 和 p_t 分别为法向和切向罚刚度; A_{node} 为节点在接触面上的控制区域面积; $\dot{\gamma}$ 为滑移率; δ_n 为节点重叠量; β_n 和 β_t 为法向与切向临界阻尼系数; m 为节点质量; ζ_n 和 ζ_t 为恢复系数,定义为颗粒接触后与接触前相对速度(法向与切向)

的比值。

2.2 考虑抗转动的离散单元法

考虑颗粒抗转动的接触模型由法向和切向接触、抗转动 3 部分组成。采用 Hertz-Mindlin 接触模型^[28]计算颗粒间的法向和切向接触力。抗转动摩擦模型为弹塑性模型，该模型在颗粒动力平衡系统中添加一个转动阻力矩 M_r ，主要由弹簧阻力矩 M_r^k 和阻尼阻力矩 M_r^d 组成。为方便分析，本文仅考虑弹簧阻力矩的影响，不考虑转动阻尼。阻力矩 M_r^k 可表示为

$$\left. \begin{aligned} M_{r,t+\Delta t}^k &= M_{r,t}^k + \Delta M_r^k \\ |M_{r,t+\Delta t}^k| &\leq M_r^m \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中： $M_{r,t}^k$ 为 t 时刻颗粒间的转动阻力矩； ΔM_r^k 为 Δt 时段内的转动阻力矩增量； M_r^m 为颗粒发生转动的临界值。转动阻力矩的计算模型如图 1 所示。

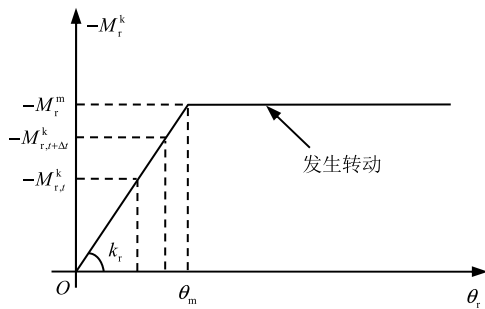


图 1 转动阻力矩计算模型

Fig.1 Rolling resistance torque of spring

根据图 1 所示的关系，各物理量可由下列公式计算得出：

$$\Delta M_r^k = -k_r \Delta \theta_r \quad (6)$$

$$M_r^m = \mu_r R^* F_n \quad (7)$$

$$k_r = \mu_r R^* F_n / \theta_r^m \quad (8)$$

式中： θ_r 为颗粒间相对转角； $\Delta \theta_r$ 为对应的转角增量； θ_r^m 为对应于 M_r^m 的最大转角； $R^* = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ ，为接触颗粒的等效半径； k_r 为颗粒转动刚度； μ_r 为颗粒间转动摩擦系数； F_n 为颗粒间法向接触力。文中通过改变颗粒间的转动摩擦系数 μ_r 来改变颗粒间的抗转动特性。

2.3 基于 FDEM 与 DEM 的颗粒接触模拟

对比 FDEM 的接触模型与 DEM 中常用的 Hertz 接触模型，两者区别主要在于接触刚度和接触域的定义。FDEM 由于采用有限元网格离散颗粒，因此，可通过节点坐标和有限元网格的拓扑结构估计接触域形状和大小。Hertz 模型定义接触刚度为材料弹性

模量和法向重叠量的函数，来考虑接触域上的应力分布。为了保证 FDEM 和 DEM 两种数值模拟结果具有可比性，进行了两圆球颗粒接触的数值模拟，通过调整 Hertz 接触模型中的弹性模量使其接触力学响应接近 FDEM 的模拟结果。采用表 1 所列参数，FDEM 模拟的接触力和法向重叠量的关系曲线与 Hertz 模型基本接近（如图 2 所示）。

表 1 颗粒属性参数

Table 1 Parameters of particle property

模型	法向罚刚度 /(N · m ⁻³)	弹性模量 /GPa	泊松比	半径 /mm
FDEM	4×10 ¹¹	40.0	0.2	8.5
Hertz	—	2.8	0.2	8.5

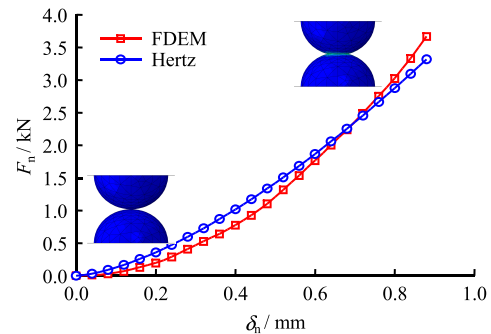


图 2 法向接触力-法向重叠量关系曲线

Fig.2 Curves of normal contact force versus normal overlap

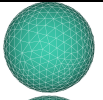
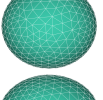
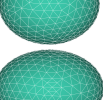
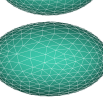
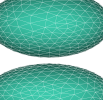
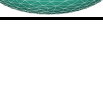
3 三轴剪切数值模拟

3.1 椭球颗粒与形状指标

生成 7 种椭球型的颗粒，如表 2 所示。采用两

表 2 颗粒形状描述

Table 2 Particle shape descriptors

颗粒形状	S/I	I/L	α	ψ_s
	1.0	1.0	3.000	1.000 0
	1.0	0.9	3.011	0.998 8
	0.9	0.9	3.033	0.996 3
	0.8	0.9	3.083	0.990 5
	0.7	0.9	3.172	0.980 0
	0.7	0.8	3.257	0.971 5
	0.7	0.7	3.394	0.958 9

个颗粒形状指标定量描述颗粒形态, Domokos 系数^[29] $\alpha = (1/S + 1/I + 1/L) \sqrt{S^2 + I^2 + L^2} / \sqrt{3}$, 表征颗粒主轴的各向异性, 球度 $\psi_s = \sqrt[3]{36\pi V^2 / A}$, 表征颗粒形状偏离圆球的程度。其中 L 、 I 和 S 分别为椭球长、中、短轴长度, A 和 V 为颗粒的表面积和体积。

3.2 数值试样和加载方式

在给定空间中生成位置和倾向均随机的 6 394 个颗粒, 粒径在 6.8~10.2 mm 间均匀分布。采用各向同性压缩制样, 颗粒间的摩擦系数设为 0.1, 6 面刚性无摩擦墙体缓慢向中心移动, 直至达到目标围压 0.5 MPa, 达到较为密实的状态。试样尺寸为 0.42 m×0.42 m×0.42 m, 图 3 所示为 $\alpha = 3.394$ 的数值试样。采用常规三轴应力路径加载, 围压保持 $\sigma_2 = \sigma_3 = 0.5$ MPa, 在试样的轴向施加位移控制边

界剪切试样。FDEM 和 DEM 数值模拟涉及到的计算参数见表 3。转动摩擦系数 μ_r 分别取 0.02、0.05、0.10、0.20、0.30、0.40。

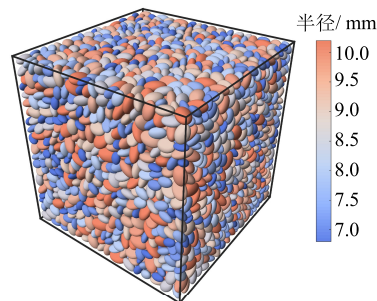


图 3 数值试样

Fig.3 Numerical sample

表 3 数值模拟细观参数

Table 3 Parameters used in the simulation

模型	密度 /($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	摩擦系数 (固结制样时)	摩擦系数 (加载时)	法向罚刚度 /($\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$)	切向罚刚度 /($\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$)	弹性模量 / GPa	泊松比	阻尼系数	恢复系数
FDEM	2 600	0.1	0.5	4×10^{11}	4×10^{11}	40.0	0.2	0.03	—
DEM	2 600	0.1	0.5	—	—	2.8	0.2	—	0.95

4 颗粒抗转动对宏观响应的影响

图 4、5 为不同颗粒形状的偏应力-轴向应变关系曲线和体积应变-轴向应变关系曲线。

偏应力演化规律基本相似, 剪切后较快达到峰值偏应力, 随后出现明显的应变软化现象, 最后趋于稳定或呈缓慢变化趋势。随着颗粒形状越来越偏离圆球, 颗粒体系的偏应力明显增大, 并伴随着更加显著的剪胀, 这与圆颗粒考虑抗转动特性后的影响相似^[21]。但当 α 达到 3.083 时, 峰值偏应力和体积膨胀已经收敛。受试样尺寸 (长:宽:高=1:1:1) 和

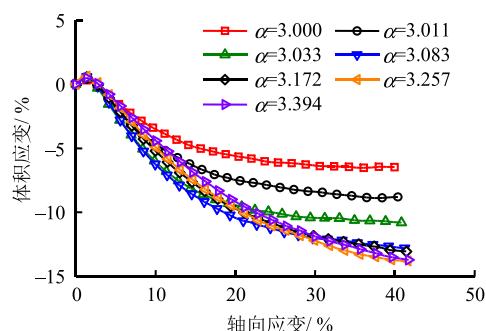


图 5 不同形状颗粒体积应变-轴向应变

Fig.5 Curves of volumetric strain versus axial strain for different shape particles

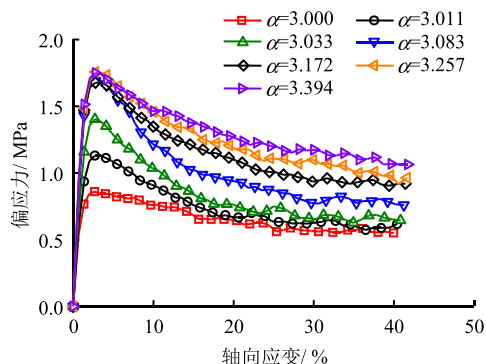


图 4 不同形状颗粒偏应力-轴向应变

Fig.4 Curves of deviatoric stress versus axial strain for different shape particles

刚性墙边界的影响, 数值试样很难达到理想的临界状态。本文选取轴向应变 40% 时为试样的临界状态。

取峰值和临界状态两个特征状态, 分析颗粒形状和圆颗粒转动摩擦系数对抗剪强度的影响。内摩擦角 $\varphi = \sin^{-1}[(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)]$, σ_1 、 σ_3 分别表示第一和第三主应力。图 6 为峰值和临界状态内摩擦角 φ 随 Domokos 系数 α 和转动摩擦系数 μ_r 变化的关系曲线, 可以看出, 峰值和临界状态内摩擦角均随 α 和 μ_r 增大而增大。非圆颗粒对峰值状态内摩擦角的增强效应是有限的, 当 $\alpha > 3.1$ 时, 颗粒形状对峰值状态内摩擦角基本没有影响。而增大转动摩

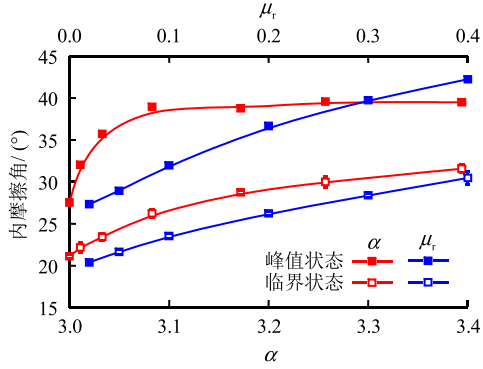


图 6 峰值状态和临界状态内摩擦角

Fig.6 Friction angles at peak state and critical state

擦系数 μ_r 会缓慢而持续地提高峰值状态内摩擦角。说明在圆球颗粒体系中引入抗转动模型并不能完全再现非圆颗粒体系的宏观力学响应。

5 颗粒抗转动的细观特性

配位数定义为颗粒周围的平均接触数，能够简单地反映接触网络中的连通性。在三维颗粒体系中，少于两个接触的颗粒对体系受力基本无贡献^[30]。因此本文采用有效配位数描述颗粒间的平均接触数：

$$C_n = \frac{2N_c - N_{b1}}{N_b - N_{b1} - N_{b0}} \quad (9)$$

式中： N_c 和 N_b 分别为总的接触数和总颗粒数； N_{b1} 和 N_{b0} 分别为仅有一个接触的颗粒数和无接触的颗粒数。

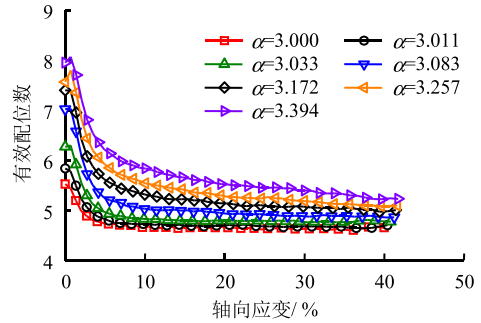
图 7 为有效配位数随轴向应变的变化曲线，配位数随轴向应变增加而迅速减小并保持稳定。随着颗粒形状参数 α 的增大，配位数明显增大。这是由于相比于圆球颗粒，椭球能够在空间中排列更为密集^[31]，而且在相同体积下具有更大的表面积。而增大 μ_r 时，配位数呈现减小趋势，与颗粒形状的影响呈相反规律。考虑抗转动的接触模型虽然能一定程度反映颗粒形状对颗粒集合体的影响，但是其过度影响了颗粒体系的局部结构。转动摩擦系数大于 0.3 时，颗粒体系的配位数甚至低于 Jamming 转变时的配位数 4.22，这种松散堆积被认为会转变为流态^[32]。

Christoffersen 等^[33]提出了基于接触网络的颗粒体系应力张量：

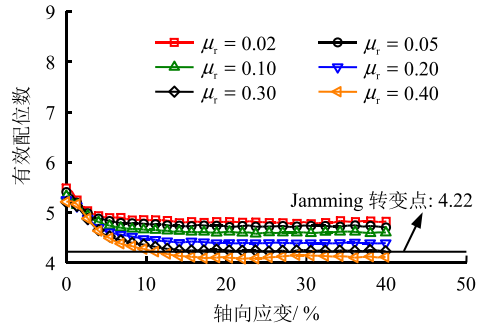
$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2V} \sum_{c \in N_c} f_i^c b_j^c \quad (10)$$

式中： V 为颗粒体系的总体积（包括孔隙）； f^c 为

在接触 c 处的接触力； b^c 为接触 c 的枝向量，定义为接触 c 处连接颗粒质心的向量；下标 i 和 j 为笛卡尔坐标系下的方向。



(a) 不同形状颗粒体系



(b) 不同转动摩擦颗粒体系

图 7 配位数演化曲线

Fig.7 Evolutions of coordination number

颗粒体系的平均应力 P 与偏应力 q 定义如下：

$$p = \frac{1}{3} \sigma_{ii} \quad (11)$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}} \quad (12)$$

式中： σ'_{ij} 为偏应力张量。

接触组构是决定颗粒体系宏观力学响应的根本因素，包括接触法向（接触面外法线方向，仅有方向的单位向量）、枝向量、法向接触力和切向接触力等信息。基于组构各向异性张量，许多学者证明了颗粒体系的宏观应力、颗粒接触力和接触组构之间存在着重要的联系，并推导了 stress-force-fabric (SFF) 关系^[2, 34-35]。应力比可以由组构各向异性系数表达^[2]：

$$a = \frac{q}{p} = a_c + a_{f_n} + a_{f_t} + a_{cf} + a_s \quad (13)$$

式中： a_c 、 a_{f_n} 和 a_{f_t} 分别为接触法向、法向接触力、

切向接触力各向异性对应力比的贡献; a_{cf} 为接触法向和接触力之间关系对应力比的贡献; a_s 为形状对应力比的贡献。值得注意的是, a_s 是由颗粒形状非圆球而产生的, 即由于非圆球颗粒的枝向量与接触法向不重合以及枝向量长度在空间上分布不均所导致, 但是形状对应力比的影响不止于此, 在后面的部分会详细阐述。

图 8 对比了 SFF 理论预测的应力比 $(q/p)^*$ 与由应力张量计算的应力比 q/p , 可以看出, 无论是不同颗粒形状的颗粒体系, 还是采用不同转动摩擦系数的圆球颗粒体系, SFF 理论法的预测值与实际的应力比非常接近, 表明了 SFF 理论的适用性。

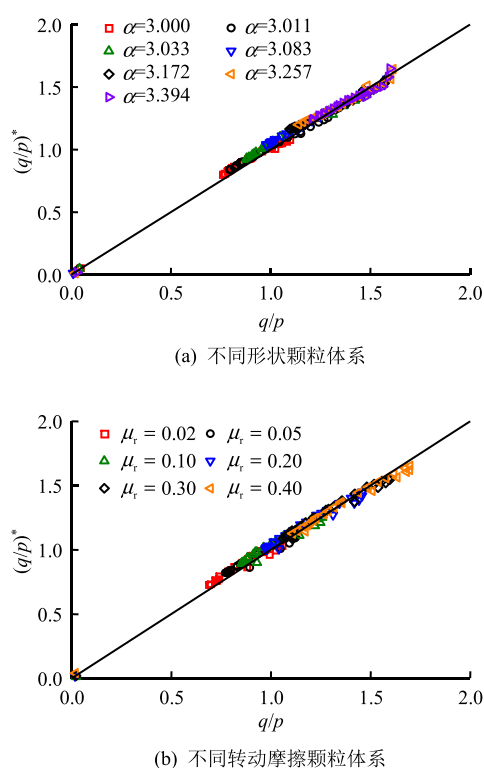


图 8 SFF 应力比验证

Fig.8 Validation of SFF relationship

图 9 为 a_c 、 a_{f_n} 、 a_{f_t} 、 a_{cf} 和 a_s 随轴向应变的演化, 可以帮助我们了解颗粒体系宏观抗剪强度的细观来源。可以看出, 法向接触力各向异性 a_{f_n} 对宏观抗剪强度的贡献最大, 其次是接触法向 a_c 与切向接触力 a_{f_t} , a_{cf} 与 a_s 的影响最小。当 $\alpha < 3.083$ 时, α 与 μ_r 对组构各向异性贡献较为相似, 均能增大 a_c 、 a_{f_n} 、 a_{f_t} 和 a_{cf} , 保持其软化趋势, 且 a_s 非常小, 可以忽略。当 $\alpha > 3.083$ 时, a_c 与 a_{cf} 呈现持续增加趋势, a_s 的绝对值增大, 对应力比的贡献为负, 且大小不可忽略。这说明转动摩擦对组构各向异性的影响与颗粒形状偏离圆球程度较低的情况类似。

即在圆颗粒体系中采用考虑抗转动的接触模型不能反映颗粒形状较为不规则的情况。

值得注意的是, 对于椭球颗粒, 在峰值状态前, a_s 对应力比的贡献很小, 且对应力比呈正贡献。峰值状态以后, 其对应力比的贡献为负, 且随轴向应变基本呈线性关系。Oquadfel 等^[2]也观测到此现象, 认为是椭球试样在加载初期不可避免地存在初始各向异性, 当 a_s 转为负值时标志着初始各向异性的影响结束。

从图 9 可以看出, 颗粒形状对颗粒体系各向异性的影响在临界状态更为显著。取临界状态分析 5 个分量占应力比的权重, 其权重随 α 和 μ_r 变化如图 10 所示。随着 μ_r 变化, 各分量权重变化较小, 最大变化在 5% 左右; a_{f_n} 权重稳定在 45% 以上, 占绝对主导地位。即 μ_r 增大会成比例增大各分量, 且法向接触力的各向异性是应力比的主要来源。颗粒体系接触数目变少, 但接触力的各向异性却提高了, 说明转动摩擦通过限制颗粒转动, 增强了局部颗粒间的相互作用力, 让原本无法稳定的局部接触结构变得稳定, 从而使得颗粒体在疏松的排列结构下展现更强的承载能力。

对比于 μ_r , α 对 5 个分量权重的影响更为明显。随 α 增大, a_s 权重几乎呈线性减小, a_c 、 a_{f_t} 、 a_{cf} 增大。其中 a_c 权重增大幅度最大, 在 $\alpha = 3.394$ 时甚至超过 a_{f_n} 。说明形状的改变对接触法向和枝向量的各向异性影响巨大, 也意味着形状的影响主要来源于加载过程中颗粒的局部排布结构。

6 椭球颗粒的排布结构

颗粒体系在外荷载作用下, 颗粒形状会影响颗粒之间的排布结构。图 11 为剪切至不同状态时, $\alpha = 3.394$ 的椭球颗粒长轴在空间中的分布, 分支长度代表长轴落在该方向的颗粒密度。固结完成时, 颗粒的长轴分布就具有一定的各向异性。这是由于椭球颗粒自身的各向异性, 固结过程中的微小扰动会导致其倾向有序排列, 产生初始各向异性。在剪切过程中, 颗粒长轴分布的各向异性会逐渐加强, 越来越多颗粒的长轴倾向于水平方向, 到临界状态时大部分颗粒长轴正交于大主应力方向。

为了定量描述椭球颗粒间的接触状态, 定义颗粒中心到接触点的向量与颗粒长轴的夹角为 θ , 定义接触颗粒对的长轴夹角为 ψ , 如图 12 所示。 θ 在 0° 和 90° 附近时, 分别对应于接触位于颗粒长轴的端部和腹部。

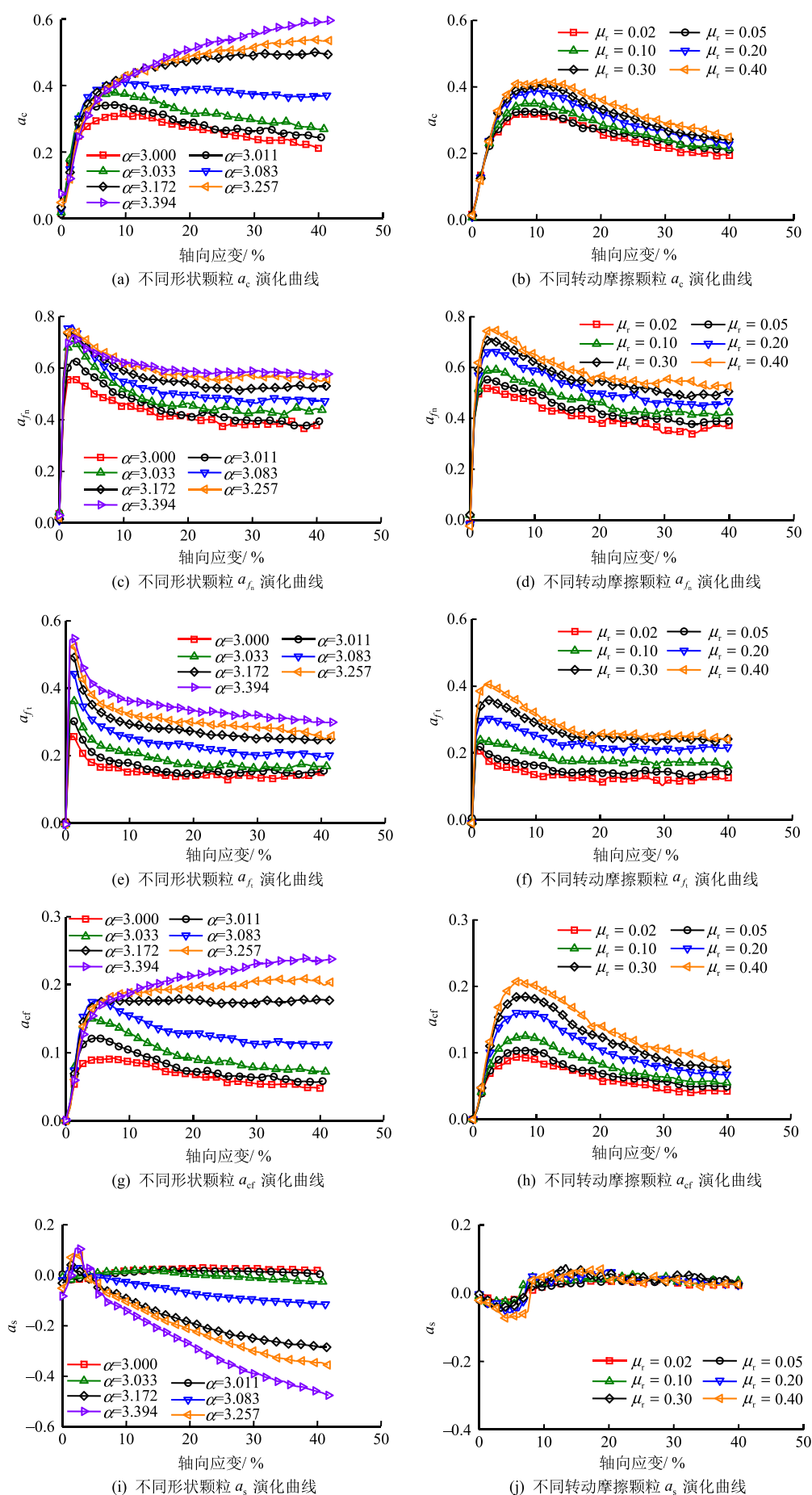


图 9 各向异性分量演化图

Fig.9 Evolution of anisotropic components

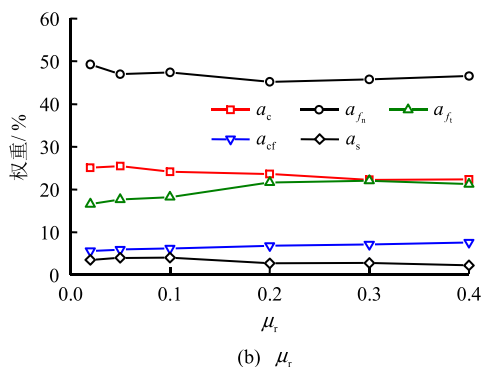
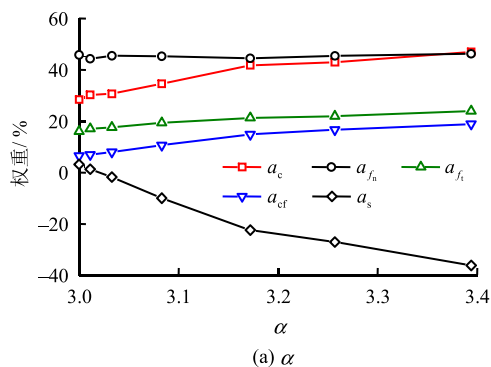


图 10 临界状态各向异性分量权重
Fig.10 Weights of anisotropy components at critical state

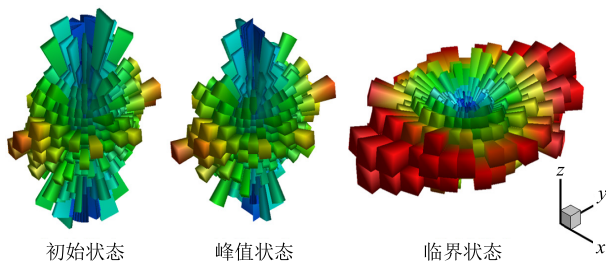


图 11 $\alpha=3.394$ 椭球颗粒长轴方向三维球面直方图
Fig.11 3D histograms of long axis direction for ellipsoidal particles with $\alpha=3.394$

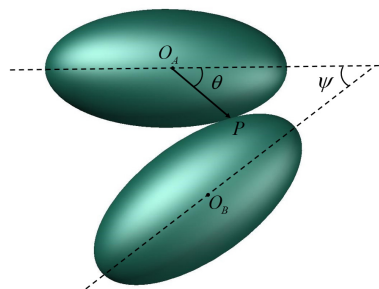


图 12 椭球颗粒接触示意图
Fig.12 Diagram of two touching ellipsoidal particles

图 13 和图 14 为 $\alpha=3.394$ 椭球试样在临界状态时, θ 、 ψ 和法向接触力的概率分布。

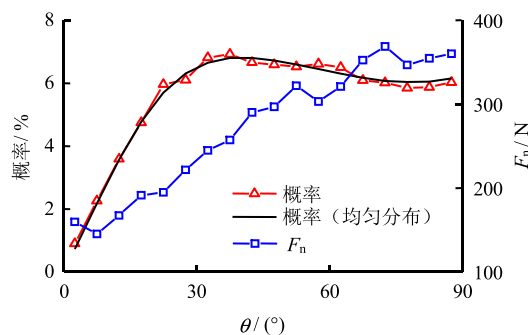


图 13 θ 概率分布和法向接触力分布曲线
Fig.13 Probability distribution of θ and distribution of normal contact force

由图 13 可以看出, 椭球颗粒的接触在其表面的分布接近于均匀分布。这说明虽然颗粒定向明显, 但颗粒间的接触形式并没有某种倾向的结构, 同时位于颗粒腹部的接触比端部的接触能够承受更大的接触力。

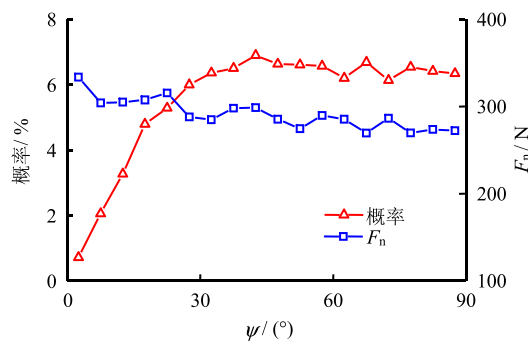
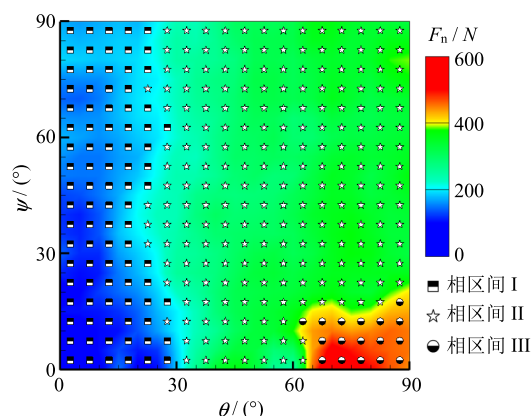


图 14 ψ 概率分布和法向接触力分布曲线
Fig.14 Probability distribution of ψ and distribution of normal contact force

由图 14 可知, 接触颗粒长轴更倾向呈现一定角度交错排列, 达到 40° 左右时维持稳定, 法向接触力随 ψ 增大略微降低。

图 15 中展示了 $\alpha=3.394$ 的椭球颗粒体系在临界状态时, 接触颗粒对的相对位置对传力特性的影响。根据法向接触力与 θ 和 ψ 的关系, 图 15 分为三个相区间。在相区间 III, 接触点在颗粒腹部时接触颗粒平行排列能够传递更大的接触力, 这可能是由于接触颗粒平行排列时能够产生更大的接触面积。可以发现, 虽然接触颗粒平行排列的结构能够传递更大的接触力, 但是分布较少, 说明这种拓扑结构明确、承载能力强的排列方式是有界的, 不会遍布整个体系。大部分的接触颗粒呈现交错排列, 相互咬和, 形成体系的主要承载结构。说明椭球颗粒主要是通过咬合作用形成稳定的局部排列结构, 从而增强颗粒体系的承载能力。

图 15 $\alpha=3.394$ 椭球临界状态法向接触力相图Fig.15 Normal contact force for ellipsoidal particles with $\alpha=3.394$ at critical state

7 结 论

本文分别对椭球形状颗粒和具有转动摩擦的圆球颗粒进行三轴剪切数值模拟, 研究了在圆球颗粒体系中采用抗转动接触模型考虑形状的有效性, 具体结论如下:

(1) 颗粒体系中的峰值内摩擦角、剪胀性随形状参数和转动摩擦系数单调递增, 但颗粒形状对它们的影响呈现出明显的收敛性, 抗转动接触模型不能完全反映颗粒形状对颗粒集合体力学性质的影响。

(2) 随形状参数 α 增大, 颗粒体系接触数目更多, 体系更为密实; 但随转动摩擦系数 μ_t 增大会呈现出相反的规律。 μ_t 较大时甚至会使颗粒体系过于蓬松, 达到与实际不符的配位数。

(3) 无论是不同形状的颗粒体系, 还是不同转动摩擦系数的圆球颗粒体系, SF_F 关系是都适用的, 即应力比可以由 5 个组构各向异性分量的和表示。当形状参数 α 较小时, 在圆球颗粒体系引入抗转动接触模型可以得到与颗粒形状影响相似的组构各向异性演化模式。但随 α 增大, 即对于扁长颗粒, 与枝向量相关的各向异性分量 a_s 的权重越来越大, 与接触法向相关的各向异性分量 a_c 与 a_{cf} 随轴向应变的演化由软化趋势转变为硬化趋势, 采用抗转动接触模型的圆球颗粒体系不能再现类似的各向异性演化模式。

(4) 转动摩擦与颗粒形状对颗粒体系的影响的差异性源自两者抵抗转动的影响机制不同。转动摩擦是通过限制颗粒转动, 增强了颗粒间的稳定承载能力; 非圆颗粒是通过咬合作用形成稳定的局部排列结构。由于椭球颗粒的腹部比端部能够传递更大的接触力, 椭球颗粒体系在受剪切后, 颗粒为适应

外部荷载而发生转动, 颗粒长轴倾向于正交大主应力方向, 呈现交错排列, 相互咬合。

参 考 文 献

- [1] ODA M. Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material[J]. **Soils and Foundations**, 1972, 12(1): 17-36.
- [2] OUADFEL H, ROTHENBURG L. 'Stress-force-fabric' relationship for assemblies of ellipsoids[J]. **Mechanics of Materials**, 2001, 33(4): 201-221.
- [3] NG T T. Particle shape effect on macro - and micro - behaviors of monodisperse ellipsoids[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2009, 33(4): 511-527.
- [4] OUADFEL H, ROTHENBURG L. An algorithm for detecting inter-ellipsoid contacts[J]. **Computers and Geotechnics**, 24(4): 245-263.
- [5] GALINDO-TORRES S A, PEDROSO D M. Molecular dynamics simulations of complex-shaped particles using Voronoi-based spheropolyhedra[J]. **Physical Review E**, 2010, 81(6): 061303.
- [6] KUHN M R. Convex three-dimensional particle for the discrete-element method[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2003, 129(5): 539-547.
- [7] ZHOU W, HUANG Y, NG T T. A geometric potential-based contact detection algorithm for egg-shaped particles in discrete element modeling[J]. **Powder Technology**, 2018, 327: 152-162.
- [8] ZHAO S, ZHOU X. Effects of particle asphericity on the macro- and micro-mechanical behaviors of granular assemblies[J]. **Granular Matter**, 2017, 19(2): 38.
- [9] 周梦佳, 温彦锋, 邓刚, 等. 堆石料单颗粒劈裂试验破碎强度随机性与尺寸效应的三维离散元模拟[J]. **岩土力学**, 2019, 40(增刊 1): 503-510.
ZHOU Meng-jia, WEN Yan-feng, DENG Gang, et al. Three-dimensional discrete element simulation of random breaking strength and size effect in single particle splitting test of rockfill[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2019, 40(Suppl.1): 503-510.
- [10] MOLLANOURI-SHAMSÍ M M, MIRGHASEMI A A. Numerical simulation of 3D semi-real-shaped granular particle assembly[J]. **Powder Technology**, 2012, 211: 431-446.
- [11] MA G, ZHOU W, CHANG X L, et al. Formation of shear bands in crushable and irregularly shaped granular materials and the associated microstructural evolution[J]. **Powder Technology**, 2016, 301:118-130.
- [12] ZHOU W, MA G, CHANG X, et al. Influence of particle shape on behavior of rockfill using a three-dimensional deformable DEM[J]. **Journal of Engineering Mechanics**,

- 2013, 139(12): 1868-1873.
- [13] 常晓林, 马刚, 周伟, 等. 颗粒形状及粒间摩擦角对堆石体宏观力学行为的影响[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(4): 646-653.
- CHANG Xiao-lin, MA Gang, ZHOU Wei, et al. Discrete modeling of rockfill materials considering the irregular shaped particles and their crushability[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2012, 34(4): 646-653.
- [14] MUNJIZA A, XIANG J, GARCIA X, et al. The virtual geoscience workbench, VGW: open source tools for discontinuous systems[J]. **Particuology**, 2010, 8(2): 100-105.
- [15] MA G, ZHOU W, REGUEIRO R A, et al. Modeling the fragmentation of rock grains using computed tomography and combined FDEM[J]. **Powder Technology**, 2017, 308: 388-397.
- [16] IWASHITA K, ODA M. Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 1998, 124(3): 285-292.
- [17] IWASHITA K, ODA M. Micro-deformation mechanism of shear banding process based on modified distinct element method[J]. **Powder Technology**, 2000, 109(1-3): 192-205.
- [18] JIANG M J, YU H S, HARRIS D. A novel discrete model for granular material incorporating rolling resistance[J]. **Computers and Geotechnics**, 2005, 32(5): 340-357.
- [19] AI J, CHEN J, ROTTER J M, et al. Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations[J]. **Powder Technology**, 2011, 206(3): 269-282.
- [20] 刘一鸣, 杨春和, 霍永胜, 等. 考虑转动阻抗的粗粒土离散元模拟[J]. 岩土力学, 2013, 34(增刊 1): 486-493.
- LIU Yi-ming, YANG Chun-he, HUO Yong-sheng, et al. Discrete element modeling of behaviors of coarse grained soils considering rolling resistance[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(Suppl.1): 486-493.
- [21] 刘嘉英, 马刚, 周伟, 等. 抗转动特性对颗粒材料分散性失稳的影响研究[J]. 岩土力学, 2017, 38(5): 1472-1480.
- LIU Jia-ying, MA Gang, ZHOU Wei, et al. Impact of rotation resistance on diffuse failure of granular materials[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2017, 38(5): 1472-1480.
- [22] ZHOU W, LIU J, MA G, et al. Macroscopic and microscopic behaviors of granular materials under proportional strain path: a DEM study[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2016, 40(18): 2450-2467.
- [23] MUNJIZA A, OWEN D R J, BICANIC N. A combined finite-discrete element method in transient dynamics of fracturing solids[J]. **Engineering computations**, 1995, 12(2): 145-174.
- [24] MUNJIZA A. The combined finite-discrete element method[M]. Cichester: John Wiley and Son, 2004.
- [25] 严成增, 郑宏, 葛修润. 基于统一标定的势接触力计算[J]. 岩土力学, 2015, 36(1): 249-256.
- YAN Cheng-zeng, ZHENG Hong, GE Xiu-run. Unified calibration based potential contact force in discrete element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(1): 249-256.
- [26] 严成增, 孙冠华, 郑宏, 等. 三维 FEM/DEM 中摩擦力的实施及验证[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(6): 1248-1256.
- YAN Cheng-zeng, SUN Guan-hua, ZHENG Hong, et al. Implementation and verification of friction in 3D FEM/DEM[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2014, 33(6): 1248-1256.
- [27] 严成增, 郑宏, 孙冠华, 等. 粗粒料多边形表征及二维 FEM/DEM 分析[J]. 岩土力学, 2015, 36(增刊 2): 95-103.
- YAN Cheng-zeng, ZHENG Hong, SUN Guan-hua, et al. Polygon characterization of coarse aggregate and two-dimensional combined finite discrete element method analysis[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(Suppl.2): 95-103.
- [28] JOHNSON K. Contact mechanics[M]. London: Cambridge University Press, 1985.
- [29] DOMOKOS G, KUN F, SIPOS A Á, et al. Universality of fragment shapes[J]. **Scientific Reports**, 2015, 5: 9147.
- [30] THORNTON C. Numerical simulations of deviatoric shear deformation of granular media[J]. **Géotechnique**, 2000, 50(1): 43-53.
- [31] MAN W, DONEV A, STILLINGER F H, et al. Experiments on random packings of ellipsoids[J]. **Physical Review Letters**, 2005, 94(19): 198001.
- [32] SILBERT L E. Jamming of frictional spheres and random loose packing[J]. **Soft Matter**, 2010, 6(13): 2918-2924.
- [33] CHRISTOFFERSEN J, MEHRABADI M M, MEMAT-NASSER S. A micromechanical description of granular material behavior[J]. **Journal of Applied Mechanics**, 1981, 48(2): 339-344.
- [34] ROTHENBURG L, BATHURST R J. Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials[J]. **Geotechnique**, 1989, 40(39): 665-667.
- [35] GUO N, ZHAO J. The signature of shear-induced anisotropy in granular media[J]. **Computers and Geotechnics**, 2013, 47: 1-15.